BAB III

SOLUSI OPTIMAL MASALAH *FUZZY TRANSSHIPMENT*

3.1 METODE MEHAR

Pada tahun 2011, Kumar, *et al.* dalam jurnalnya yang berjudul "*Fuzzy Linear Programming Approach for Solving Fuzzy Transportation Problems with Transshipment*" memperkenalkan metode Mehar untuk menyelesaikan permasalahan *transshipment* dengan pola pengiriman sebagai berikut :

a. Dari sumber ke sumber lainnya
b. Dari tujuan ke tujuan lainnya
c. Dari tujuan ke sembarang sumber

Pada metode Mehar, biaya distribusi, jumlah komoditi yang tersedia, dan jumlah permintaan terhadap komoditi direpresentasikan oleh bilangan *fuzzy* trapesium. Metode Mehar sangat mudah dipahami dan diterapkan untuk mencari solusi optimal dari masalah *fuzzy transshipment* yang sesuai dengan kondisi sebenarnya karena berdasarkan pada konsep metode transportasi klasik. Keunggulan dari metode Mehar ini adalah selalu menghasilkan solusi optimal yang non negatif.

Misalkan permasalahan *transshipment* seperti yang disajikan pada Tabel 2.14. Berikut adalah algoritma dari metode Mehar untuk menyelesaikan permasalahan *fuzzy transshipment* (Kumar *et al.*, 2011 : 168) :

1. Hitung total ketersediaan $\sum_{i=1}^{p} \tilde{a}_i$ dan total permintaan $\sum_{j=p+1}^{p+q} \tilde{b}_j$. Misalkan $\sum_{i=1}^{p} \tilde{a}_i = (a, b, c, d)$ dan $\sum_{j=p+1}^{p+q} \tilde{b}_j = (a', b', c', d')$. $p =$ banyaknnya sumber dan $p =$ banyaknya tujuan.
   a. Jika $\sum_{i=1}^{p} \tilde{a}_i = \sum_{j=p+1}^{p+q} \tilde{b}_j$, maka permasalahan *transshipment* tersebut sudah seimbang, lanjut ke langkah 2.
   b. Jika $\sum_{i=1}^{p} \tilde{a}_i \neq \sum_{j=p+1}^{p+q} \tilde{b}_j$, maka permasalahan *transshipment* tersebut belum seimbang. Konversi permasalahan *transshipment* yang belum

seimbang menjadi permasalahan *transshipment* yang seimbang dengan cara berikut :

i) Jika $a \leq a', b - a \leq b' - a', c - b \leq c' - b',$ dan $d - c \leq d' - c'$, maka tambahkan sebuah sumber semu S_{p+1} dengan ketersediaan *fuzzy* $(a' - a, b' - b, c' - c, d' - d)$ pada sumber semu S_{p+1} dan tidak ada permintaan *fuzzy* $(-)$ di tujuan semu S_{p+1}. Tujuan semu S_{p+1} secara otomatis muncul karena sumber semu S_{p+1} telah ditambahkan sebelumnya.

   Asumsikan bahwa :

   - Ongkos distribusi per unit produk dari sumber semu S_{p+1} ke semua tujuan sebagai bilangan *fuzzy* trapesium nol.
   - Ongkos distribusi per unit produk dari semua sumber ke tujuan semu S_{p+1} (kecuali dari sumber semu S_{p+1}) sebagai bilangan *fuzzy* trapesium yang sangat besar, (M, M, M, M).

ii) Jika $a \geq a', b - a \geq b' - a', c - b \geq c' - b',$ dan $d - c \geq d' - c'$ maka tambahkan sebuah tujuan semu D_{q+1} dengan permintaan *fuzzy* $(a - a', b - b', c - c', d - d')$ pada tujuan semu D_{q+1} dan tidak ada permintaan *fuzzy* $(-)$ di sumber semu D_{q+1}. Sumber semu D_{q+1} secara otomatis muncul karena tujuan semu D_{q+1} telah ditambahkan sebelumnya.

   Asumsikan bahwa :

   - Ongkos distribusi per unit produk dari semua sumber ke tujuan semu D_{q+1} sebagai bilangan *fuzzy* trapesium nol.
   - Ongkos distribusi per unit produk dari sumber semu D_{q+1} (kecuali dari sumber semu D_{q+1}) ke semua tujuan sebagai bilangan *fuzzy* trapesium yang sangat besar, (M, M, M, M).

iii) Jika tidak memenuhi (i) atau (ii) maka tambahkan sumber semu S_{p+1} dan tujuan semu D_{q+1} dengan ketersediaan *fuzzy* (maksimum {0, $a' - a\}$, maksimum $\{0,\ a' - a\}$ + maksimum $\{0, (b' - a') - (b -$

$a)\}$, maksimum $\{0,\ a' - a\}$ + maksimum $\{0, (b' - a') - (b - a)\}$ + maksimum $\{0, (c' - b') - (c - b)\}$, maksimum $\{0,\ a' - a\}$ + maksimum $\{0, (b' - a') - (b - a)\}$ + maksimum $\{0, (c' - b') - (c - b)\}$ + maksimum $\{0, (d' - c') - (d - c)\}$) pada sumber semu S_{p+1} dan tidak ada permintaan $(-)$ pada sumber semu D_{q+1}. Permintaan *fuzzy* sebesar (maksimum $\{0,\ a - a'\}$, maksimum $\{0,\ a - a'\}$ + maksimum $\{0, (b - a) - (b' - a')\}$, maksimum $\{0,\ a - a'\}$ + maksimum $\{0, (b - a) - (b' - a')\}$ + maksimum $\{0, (c - b) - (c' - b')\}$, maksimum $\{0,\ a - a'\}$ + maksimum $\{0, (b - a) - (b' - a')\}$ + maksimum $\{0, (c - b) - (c' - b')\}$ + maksimum $\{0, (d - c) - (d' - c')\}$) di tujuan semu D_{q+1} dan tidak ada permintaan di tujuan semu S_{p+1}. Tujuan semu S_{p+1} dan sumber semu D_{q+1} secara otomatis muncul karena sumber semu S_{p+1} dan tujuan semu D_{q+1} telah ditambahkan sebelumnya.

Asumsikan bahwa :

- Ongkos distribusi per unit produk dari sumber semu S_{p+1} ke semua tujuan dan dari semua sumber ke tujuan semu D_{q+1} sebagai bilangan *fuzzy* trapesium nol.
- Ongkos distribusi per unit produk dari semua sumber ke tujuan semu S_{p+1} (kecuali dari sumber semu S_{p+1}) dan dari sumber semu D_{q+1} (kecuali dari sumber semu D_{q+1}) ke semua tujuan sebagai bilangan *fuzzy* trapesium yang sangat besar, (M, M, M, M).

2. Masalah *transshipment* yang seimbang memiliki $m + n$ sumber dan $m + n$ tujuan, $m = p$ atau $p + 1$ dan $n = q$ atau $q + 1$.
3. Tambahkan stok sementara $\tilde{P} = \sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i$ (atau $\sum_{j=m+1}^{m+n} \tilde{b}_j$) pada masing-masing sumber dan tujuan, hasilnya seperti yang terlihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Penambahan Stok pada *Fuzzy Transshipment*

D_j / S_i	S_1	…	S_m	D_1	…	D_n	**Ketersediaan**
S_1	0	…	$\tilde{c}_{1m}$	$\tilde{c}_{1(m+1)}$	…	$\tilde{c}_{1(m+n)}$	$\tilde{a}_1 \oplus \tilde{P}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
S_m	$\tilde{c}_{m1}$	…	0	$\tilde{c}_{m(m+1)}$	…	$\tilde{c}_{m(m+n)}$	$\tilde{a}_m \oplus \tilde{P}$
D_1	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	$\tilde{P}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
D_n	$\tilde{c}_{(m+n)1}$	…	$\tilde{c}_{(m+n)m}$	…	…	0	$\tilde{P}$
Permintaan	$\tilde{P}$	…	$\tilde{P}$	$\tilde{b}_{m+1} \oplus \tilde{P}$	…	$\tilde{b}_{m+n} \oplus \tilde{P}$	$\sum \tilde{a}$ / $\sum \tilde{b}$

4. Berdasarkan permasalahan *transshipment* pada Tabel 3.1, selesaikanlah permasalahan pemograman linier berikut :

   Minimumkan $\Re\left(\sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} \tilde{c}_{ij} \otimes \tilde{x}_{ij}\right)$

   dengan kendala : $\sum_{j=1}^{m+n} \tilde{x}_{ij} = \tilde{a}_i \oplus \tilde{P}$ $\quad i = 1, 2, \dots m$

   $\sum_{j=1}^{m+n} \tilde{x}_{ij} = \tilde{P}$ $\quad i = m+1, \dots m+n$

   $\sum_{i=1}^{m+n} \tilde{x}_{ij} = \tilde{P}$ $\quad j = 1, 2, \dots m$

   $\sum_{i=1}^{m+n} \tilde{x}_{ij} = \tilde{b}_j \oplus \tilde{P}$ $\quad j = m+1, \dots m+n$

   $\tilde{x}_{ij}$ adalah bilangan *fuzzy* trapesium yang non negatif

   Misalkan $\sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} \tilde{c}_{ij} \otimes \tilde{x}_{ij} = (a_0, b_0, c_0, d_0)$, maka masalah pemrograman linier *fuzzy* di atas dapat ditulis sebagai berikut :

   Minimumkan $\Re(a_0, b_0, c_0, d_0)$

   dengan kendala :

   $\left(\sum_{j=1}^{m+n} a_{ij}, \sum_{j=1}^{m+n} b_{ij}, \sum_{j=1}^{m+n} c_{ij}, \sum_{j=1}^{m+n} d_{ij}\right) = (q_i, r_i, s_i, t_i)$,

   $i = 1, 2, \dots m$

   $\left(\sum_{j=1}^{m+n} a_{ij}, \sum_{j=1}^{m+n} b_{ij}, \sum_{j=1}^{m+n} c_{ij}, \sum_{j=1}^{m+n} d_{ij}\right) = (p_1, p_2, p_3, p_4)$,

   $i = m+1, \dots m+n$

$(\sum_{i=1}^{m+n} a_{ij},\ \sum_{i=1}^{m+n} b_{ij}, \sum_{i=1}^{m+n} c_{ij}, \sum_{i=1}^{m+n} d_{ij}) = (p_1, p_2, p_3, p_4),$
$j = 1, 2, \dots m$

$\left(\sum_{i=1}^{m+n} a_{ij},\ \sum_{i=1}^{m+n} b_{ij}, \sum_{i=1}^{m+n} c_{ij}, \sum_{i=1}^{m+n} d_{ij}\right) = (q'_j, r'_j, s'_j, t'_j),$
$j = m + 1, \dots m + n$
$(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$ adalah bilangan *fuzzy* trapesium yang non negatif.

5. Konversi pemrograman linier *fuzzy* di atas ke dalam pemograman linier *crisp*, denga cara berikut :
   Minimumkan $\frac{1}{4}(a_0, b_0, c_0, d_0)$
   dengan kendala :
   $\sum_{j=1}^{m+n} a_{ij} = q_i,\ i = 1, 2, \dots m$
   $\sum_{j=1}^{m+n} b_{ij} = r_i,\ i = 1, 2, \dots m$
   $\sum_{j=1}^{m+n} c_{ij} = s_i,\ i = 1, 2, \dots m$
   $\sum_{j=1}^{m+n} d_{ij} = t_i,\ i = 1, 2, \dots m$
   $\sum_{j=1}^{m+n} a_{ij} = p_1,\ i = m + 1, \dots m + n$
   $\sum_{j=1}^{m+n} b_{ij} = p_2,\ i = m + 1, \dots m + n$
   $\sum_{j=1}^{m+n} c_{ij} = p_3,\ i = m + 1, \dots m + n$
   $\sum_{j=1}^{m+n} d_{ij} = p_4,\ i = m + 1, \dots m + n$
   $\sum_{i=1}^{m+n} a_{ij} = p_1,\ j = 1, 2, \dots m$
   $\sum_{i=1}^{m+n} b_{ij} = p_2,\ j = 1, 2, \dots m$
   $\sum_{i=1}^{m+n} c_{ij} = p_3,\ j = 1, 2, \dots m$
   $\sum_{i=1}^{m+n} d_{ij} = p_4,\ j = 1, 2, \dots m$
   $\sum_{i=1}^{m+n} a_{ij} = q'_j,\ j = m + 1, \dots m + n$
   $\sum_{i=1}^{m+n} b_{ij} = r'_j,\ j = m + 1, \dots m + n$
   $\sum_{i=1}^{m+n} c_{ij} = s'_j,\ j = m + 1, \dots m + n$
   $\sum_{i=1}^{m+n} d_{ij} = t'_j,\ j = m + 1, \dots m + n$
   $b_{ij} - a_{ij}, c_{ij} - b_{ij}, d_{ij} - c_{ij}, a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij} \geq 0 \quad \forall\, i, j$

6. Carilah solusi optimal $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}$ dengan cara menyelesaikan pemograman linier *crisp* di poin 5.
7. Temukan solusi optimal *fuzzy* $\tilde{x}_{ij}$ dengan mensubstitusi nilai dari $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}$ ke $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$.
8. Temukan total ongkos *fuzzy* minimum dengan mensubstitusikan nilai dari $\tilde{x}_{ij}$ ke $\sum_{i=1}^{m+n}\sum_{j=1}^{m+n}\tilde{c}_{ij}\otimes\tilde{x}_{ij}$.

3.2 STUDI KASUS MASALAH *FUZZY TRANSSHIPMENT*

3.2.1 Analisa Kasus

Dari jurnal yang berjudul "*Fuzzy Linear Programming Approach for Solving Fuzzy Transportation Problem with Transshipment*", Kumar *et al.* (2011 : 174) memberikan suatu permasalahan *transshipment* dengan dua buah sumber dan dua buah tujuan. Ketersediaan *fuzzy* di sumber S_1 dan S_2 masing-masing adalah $\tilde{a}_1 = (10,20,30,40)$ dan $\tilde{a}_2 = (0,4,8,10)$. Permintaan *fuzzy* di tujuan D_1 dan D_2 masing-masing adalah $\tilde{b}_1 = (6,8,10,20)$ dan $\tilde{b}_2 = (10,16,18,20)$. Ongkos distribusi *fuzzy* untuk masalah *transshipment* tersebut adalah sebagai berikut :

Tabel 3.2 Ongkos Distibusi *Fuzzy*

Tujuan / Sumber	D_1	D_2	Ketersediaan
S_1	(0,1,3,4)	(2,3,5,6)	(10,20,30,40)
S_2	(1,3,5,7)	(2,6,7,9)	(0,4,8,12)
Permintaan	(6,8,10,20)	(10,16,18,20)	

Adapun pola pengiriman yang terjadi adalah sebagai berikut :

a. Dari sumber ke sumber lainnya
b. Dari tujuan ke tujuan lainnya
c. Dari tujuan ke sembarang sumber

Berdasarkan pola pengiriman di atas, maka distribusi ke daerah tujuan yang ditunjuk dapat terjadi dengan sebelumnya transit di daerah sumber atau tujuan yang lain terlebih dahulu. Artinya, daerah sumber dapat melakukan pengiriman ke daerah sumber lainnya dan daerah tujuan dapat melakukan pengiriman ke daerah tujuan lainnya. Biaya distribusi ke daerah transit disajikan pada Tabel 3.3.

Tabel 3.3 Ongkos Distribusi ke Daerah Transit

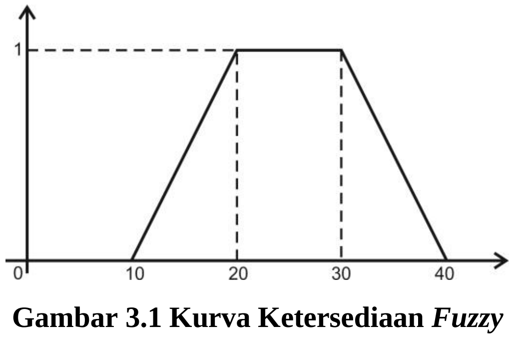
Sumber	Tujuan	Ongkos
$\boldsymbol{S_1}$	S_2	(1,1,1,1)
$\boldsymbol{D_1}$	D_2	(0,1,3,4)

Pendistribusian pun dapat terjadi dari tujuan ke sembarang sumber dan tidak ada perbedaan ongkos ditribusi dari tujuan ke sumber, artinya ongkos distribusi dari S_i ke D_j sama dengan ongkos distribusi dari D_j ke S_i. Permasalahan *transshipment* di atas digambarkan oleh tablo *transshipment* berikut :

Tabel 3.4 Model *Transshipment Fuzzy*

Tujuan / Sumber	$\boldsymbol{S_1}$	$\boldsymbol{S_2}$	$\boldsymbol{D_1}$	$\boldsymbol{D_2}$	Ketersediaan $\boldsymbol{\tilde{a}_i}$
$\boldsymbol{S_1}$	(0,0,0,0)	(1,1,1,1)	(0,1,3,4)	(2,3,5,6)	(10,20,30,40)
$\boldsymbol{S_2}$	(1,1,1,1)	(0,0,0,0)	(1,3,5,7)	(2,6,7,9)	(0,4,8,12)
$\boldsymbol{D_1}$	(0,1,3,4)	(1,3,5,7)	(0,0,0,0)	(0,1,3,4)	-
$\boldsymbol{D_2}$	(2,3,5,6)	(2,6,7,9)	(0,1,3,4)	(0,0,0,0)	-
Permintaan $\boldsymbol{\tilde{b}_j}$	-	-	(6,8,10,20)	(10,16,18,20)	

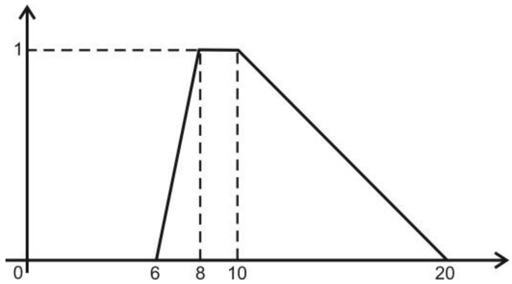
Ketersediaan *fuzzy* di daerah sumber S_1= (10,20,30,40) merupakan bilangan *fuzzy* trapesium dengan kurva sebagai berikut :



Gambar 3.1 Kurva Ketersediaan *Fuzzy*

Kurva pada Gambar 3.1 merepresentasikan ketersediaan minimum di sumber S_1 adalah 10 unit dan maksimum 40 unit, sedangkan rata-rata jumlah komoditas yang selalu tersedia di S_1 adalah antara 20-30 unit. Dengan interpretasi yang sama, ketersediaan komoditas minimum di S_2 adalah 0 unit, artinya tidak ada komoditas yang tersedia di S_2, dan maksimum 12 unit, sedangkan rata-rata jumlah komoditas yang selalu tersedia di S_2 antara 2-8 unit.

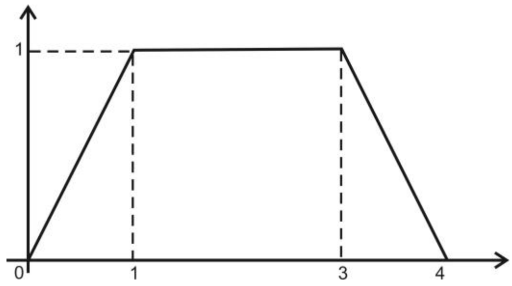
Permintaan *fuzzy* di daerah tujuan D_1= (6,8,10,20) merupakan bilangan *fuzzy* trapesium dengan kurva sebagai berikut :



Gambar 3.2 Kurva Permintaan *Fuzzy*

Kurva pada Gambar 3.2 merepresentasikan permintaan minimum di tujuan D_1 adalah 6 unit dan maksimum 20 unit, sedangkan rata-rata jumlah komoditas yang dibutuhkan oleh daerah tujuan D_1 adalah antara 8-10 unit. Dengan interpretasi yang sama, ketersediaan komoditas minimum di D_2 adalah 10 unit dan maksimum 20 unit, sedangkan rata-rata jumlah komoditas yang dibutuhkan oleh daerah tujuan D_2 antara 16-18 unit.

Ongkos *fuzzy* untuk distribusi komoditas dari sumber S_1 ke D_1 = (0,1,3,4) merupakan bilangan *fuzzy* trapesium dengan kurva seperti yang terlihat pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Kurva Permintaan *Fuzzy*

Kurva pada Gambar 3.3 merepresentasikan ongkos minimum untuk mengirim per unit komoditas dari sumber S_1 ke tujuan D_1 adalah 0 satuan harga, artinya tidak ada biaya pengiriman yang harus dikeluarkan, dan maksimum 4 satuan harga, sedangkan rata-rata ongkos pengiriman yang harus dikeluarkan adaalah antara 1-3 satuan harga. Dengan interpretasi yang sama, ongkos minimum untuk mengirim per unit komoditas dari sumber S_1 ke tujuan D_2 adalah 2 satuan harga dan maksimum 6 satuan harga, sedangkan rata-rata ongkos pengiriman yang harus dikeluarkan adaalah antara 2-3 satuan harga. Ongkos minimum untuk mengirim per unit komoditas dari sumber S_2 ke tujuan D_1 adalah 1 satuan harga dan maksimum 7 satuan harga, sedangkan rata-rata ongkos pengiriman yang harus dikeluarkan adaalah antara 3-5 satuan harga. Ongkos minimum untuk mengirim per unit komoditas dari sumber S_2 ke tujuan D_2 adalah 2 satuan harga dan maksimum 9 satuan harga, sedangkan rata-rata ongkos pengiriman yang harus dikeluarkan adaalah antara 6-7 satuan harga. Ongkos minimum untuk mengirim per unit komoditas dari sumber S_1 ke sumber S_2 adalah 1 satuan harga. Ongkos minimum untuk mengirim per unit komoditas dari sumber D_1 ke tujuan D_2 adalah 0 satuan harga, artinya tidak ada biaya pengiriman yang harus dikeluarkan, dan maksimum 4 satuan harga, sedangkan rata-rata ongkos pengiriman yang harus dikeluarkan adaalah antara 1-3 satuan harga.

3.2.2 Penyelesaian

Permasalahan *transshipment* di atas akan diselesaikan menggunakan metode Mehar melalui langkah-langkah berikut :

Langkah 1

Cek keseimbangan model.

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{2} \tilde{a}_i &= (10,20,30,40) \oplus (0,4,8,12)\\ &= (10+0,\ 20+4,\ 30+8,\ 40+12)\\ &= (10,24,38,52)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{2} \tilde{b}_j &= (6,8,10,20) \oplus (10,16,18,20)\\ &= (6+10,\ 8+16,\ 10+18,\ 20+20)\\ &= (16,24,28,40)\end{aligned}$$

$\sum \tilde{a}_i \neq \sum \tilde{b}_j$, maka masalah *transshipment* tersebut tidak seimbang.

Misal $\sum \tilde{a}_i = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ dan $\sum \tilde{b}_i = (b_1, b_2, b_3, b_4)$

$a_2 - a_1 = 24 - 10 = 14$ dan $b_2 - b_1 = 24 - 16 = 8$

Karena $a_2 - a_1 = 14 \nleq 8 = b_2 - b_1$ dan $a_1 = 14 \ngeq 16 = a_2$, maka harus ditambahkan variabel semu S_3 dan D_3.

$$\begin{aligned}\tilde{a}_3 = [&maks\{0,16-10\}, maks\{0,16-10\} + maks\{0,(24-16) - (24-10)\}, maks\{0,16-10\} + maks\{0,(24-16)-(24-10)\} + maks\{0,(28-24)-(38-24)\}, maks\{0,16-10\} + maks\{0,(24-16)-(24-10)\} + maks\{0,(28-24) - (38-24)\} + maks\{0,(40-28)-(52-38)\}]\end{aligned}$$

$$= [6,\ 6+0,\ 6+0+0,\ 6+0+0+0]$$

$$= [6,6,6,6]$$

$$\begin{aligned}\tilde{b}_3 = [&maks\{0,10-16\}, maks\{0,10-16\} + maks\{0,(24-10) - (24-16)\}, maks\{0,10-16\} + maks\{0,(24-10)-(24-16)\} + maks\{0,(38-24)-(28-24)\}, maks\{0,10-16\} + maks\{0,(24-10)-(24-16)\} + maks\{0,(38-24) - (28-24)\} + maks\{0,(52-38)-(40-28)\}]\end{aligned}$$

$= [0,\ 0+6,\ 0+6+10,\ 0+6+10+2]$

$= [0,6,16,18]$

$\sum_{i=1}^{3} \tilde{a}_i \ = \sum_{i=1}^{2} \tilde{a}_i \oplus \tilde{a}_3$

$= (10,24,38,52) \oplus (6,6,6,6)$

$= (10+6,\ 24+6,\ 38+6,\ 52+6)$

$= (16,30,44,58)$

$\sum_{j=1}^{3} \tilde{b}_j \ = \sum_{j=1}^{2} \tilde{b}_j \oplus \tilde{b}_3$

$= (10,24,38,52) \oplus (6,6,6,6)$

$= (10+6,\ 24+6,\ 38+6,\ 52+6)$

$= (16,30,44,58)$

$\sum \tilde{a}_i = (16,30,44,58) = \sum \tilde{b}_j.$

Sekarang, model sudah seimbang. (Lihat Tabel 3.5)

<u>Langkah 2</u>

Menambahkan stok sementara.

$\tilde{P} = \sum \tilde{a}_i \ \left(atau\ \sum \tilde{b}_j\right) = (16,30,44,58)$

$\tilde{a}_{S_1} = \tilde{a}_1 \oplus \tilde{P} \ = (10,20,30,40) \oplus (16,30,44,58)$

$= (10+16,\ 20+30,\ 30+44,\ 40+58)$

$= (26,50,74,98)$

$\tilde{a}_{S_2} = \tilde{a}_2 \oplus \tilde{P} \ = (0,4,8,12) \oplus (16,30,44,58)$

$= (0+16,\ 4+30,\ 8+44,\ 12+58)$

$= (16,34,52,70)$

$\tilde{a}_{S_3} = \tilde{a}_3 \oplus \tilde{P} \ = (6,6,6,6) \oplus (16,30,44,58)$

$= (6+16,\ 6+30,\ 6+44,\ 6+58)$

$= (22,36,50,64)$

$\tilde{a}_{D_1} = \tilde{P} = (16,30,44,58)$

$\tilde{a}_{D_2} = \tilde{P} = (16,30,44,58)$

$\tilde{a}_{D_3} = \tilde{P} = (16,30,44,58)$

$\tilde{b}_{S_1} = \tilde{P} = (16,30,44,58)$

$\tilde{b}_{S_2} = \tilde{P} = (16,30,44,58)$

$\tilde{b}_{S_3} = \tilde{P} = (16,30,44,58)$

$$\begin{aligned}
\tilde{b}_{D_1} = \tilde{b}_1 \oplus \tilde{P} &= (6,8,10,20) \oplus (16,30,44,58) \\
&= (6+16,\ 8+30,\ 10+44,\ 20+58) \\
&= (22,38,54,78)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{b}_{D_2} = \tilde{b}_2 \oplus \tilde{P} &= (10,16,18,20) \oplus (16,30,44,58) \\
&= (10+16,\ 16+30,\ 18+44,\ 20+58) \\
&= (26,46,62,78)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{b}_{D_3} = \tilde{b}_3 \oplus \tilde{P} &= (0,6,16,18) \oplus (16,30,44,58) \\
&= (0+16,\ 6+30,\ 16+44,\ 18+58) \\
&= (16,36,60,76)
\end{aligned}$$

Sehingga, model *transshipment* sekarang seperti terlihat pada Tabel 3.6.

<u>Langkah 3</u>

Bentuk pemrograman linier *fuzzy* dari model *transshipment* pada tabel 3.6 adalah sebagai berikut :

$Minimumkan$:

$$\begin{aligned}
&(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{11}\oplus(1,1,1,1)\otimes\tilde{x}_{12}\oplus(0,1,3,4)\otimes\tilde{x}_{13}\oplus(2,3,5,6)\otimes\tilde{x}_{14} \\
&\oplus(M,M,M,M)\otimes\tilde{x}_{15}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{16}\oplus(1,1,1,1)\otimes\tilde{x}_{21}\oplus(0,0,0,0) \\
&\otimes\tilde{x}_{22}\oplus(1,3,5,7)\otimes\tilde{x}_{23}\oplus(2,6,7,9)\otimes\tilde{x}_{24}\oplus(M,M,M,M)\otimes\tilde{x}_{25}\oplus \\
&(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{26}\oplus(0,1,3,4)\otimes\tilde{x}_{31}\oplus(1,3,5,7)\otimes\tilde{x}_{32}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{33} \\
&\oplus(0,1,3,4)\otimes\tilde{x}_{34}\oplus(M,M,M,M)\otimes\tilde{x}_{35}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{36}\oplus(2,3,5,6) \\
&\otimes\tilde{x}_{41}\oplus(2,6,7,9)\otimes\tilde{x}_{42}\oplus(0,1,3,4)\otimes\tilde{x}_{43}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{44}\oplus(M,M,M,M) \\
&\otimes\tilde{x}_{45}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{46}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{51}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{52}\oplus(0,0,0,0) \\
&\otimes\tilde{x}_{53}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{54}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{55}\oplus(0,0,0,0)\otimes\tilde{x}_{56}\oplus(M,M,M,M) \\
&\otimes\tilde{x}_{61}\oplus(M,M,M,M)\otimes\tilde{x}_{62}\oplus(M,M,M,M)\otimes\tilde{x}_{63}\oplus(M,M,M,M)\otimes\tilde{x}_{64} \\
&\oplus(M,M,M,M)\otimes\tilde{x}_{65}\oplus(M,M,M,M)\otimes\tilde{x}_{61}
\end{aligned}$$

$dengan\ kendala$:

$\tilde{x}_{11} \oplus \tilde{x}_{12} \oplus \tilde{x}_{13} \oplus \tilde{x}_{14} \oplus \tilde{x}_{15} \oplus \tilde{x}_{16} = (26,50,74,98)$

$\tilde{x}_{21} \oplus \tilde{x}_{22} \oplus \tilde{x}_{23} \oplus \tilde{x}_{24} \oplus \tilde{x}_{25} \oplus \tilde{x}_{26} = (16,34,52,70)$

$\tilde{x}_{31} \oplus \tilde{x}_{32} \oplus \tilde{x}_{33} \oplus \tilde{x}_{34} \oplus \tilde{x}_{35} \oplus \tilde{x}_{36} = (16,30,44,58)$

$\tilde{x}_{41} \oplus \tilde{x}_{42} \oplus \tilde{x}_{43} \oplus \tilde{x}_{44} \oplus \tilde{x}_{45} \oplus \tilde{x}_{46} = (16,30,44,58)$

$\tilde{x}_{51} \oplus \tilde{x}_{52} \oplus \tilde{x}_{53} \oplus \tilde{x}_{54} \oplus \tilde{x}_{55} \oplus \tilde{x}_{56} = (22,36,50,64)$

$\tilde{x}_{61} \oplus \tilde{x}_{62} \oplus \tilde{x}_{63} \oplus \tilde{x}_{64} \oplus \tilde{x}_{65} \oplus \tilde{x}_{66} = (16,30,44,58)$

$\tilde{x}_{11} \oplus \tilde{x}_{21} \oplus \tilde{x}_{31} \oplus \tilde{x}_{41} \oplus \tilde{x}_{51} \oplus \tilde{x}_{61} = (16,30,44,58)$

$\tilde{x}_{12} \oplus \tilde{x}_{22} \oplus \tilde{x}_{32} \oplus \tilde{x}_{42} \oplus \tilde{x}_{52} \oplus \tilde{x}_{62} = (16,30,44,58)$

$\tilde{x}_{13} \oplus \tilde{x}_{23} \oplus \tilde{x}_{33} \oplus \tilde{x}_{43} \oplus \tilde{x}_{53} \oplus \tilde{x}_{63} = (22,38,54,78)$

$\tilde{x}_{14} \oplus \tilde{x}_{24} \oplus \tilde{x}_{34} \oplus \tilde{x}_{44} \oplus \tilde{x}_{54} \oplus \tilde{x}_{64} = (26,46,62,78)$

$\tilde{x}_{15} \oplus \tilde{x}_{25} \oplus \tilde{x}_{35} \oplus \tilde{x}_{45} \oplus \tilde{x}_{55} \oplus \tilde{x}_{65} = (16,30,44,58)$

$\tilde{x}_{16} \oplus \tilde{x}_{26} \oplus \tilde{x}_{36} \oplus \tilde{x}_{46} \oplus \tilde{x}_{56} \oplus \tilde{x}_{66} = (16,36,60,76)$

$\tilde{x}_{ij} \geq 0\ ,\ \forall\ i\ , j$

Konversikan ke bentuk pemrograman linier *crisp* menggunakan fungsi ranking, sehingga permasalahan tersebut menjadi seperti berikut :

$Minimumkan$:

$\frac{1}{4}(a_{12} + b_{12} + c_{12} + d_{12} + b_{13} + 3c_{13} + 4d_{13} + 2a_{14} + 3b_{14} + 5c_{14} + 6d_{14} + Ma_{15} + Mb_{15} + Mc_{15} + Md_{15} + a_{21} + b_{21} + c_{21} + d_{21} + a_{23} + 3b_{23} + 5c_{23} + 7d_{23} + 2a_{24} + 6b_{24} + 7c_{24} + 9d_{24} + Ma_{25} + Mb_{25} + Mc_{25} + Md_{25} + b_{31} + 3c_{31} + 4d_{31} + a_{32} + 3b_{32} + 5c_{32} + 7d_{32} + b_{34} + 3c_{34} + 4d_{34} + +Ma_{35} + Mb_{35} + Mc_{35} + Md_{35} + 2a_{41} + 3b_{41} + 5c_{41} + 6d_{41} + 2a_{42} + 6b_{42} + 7c_{42} + 9d_{42} + b_{43} + 3c_{43} + 4d_{43} + Ma_{45} + Mb_{45} + Mc_{45} + Md_{45} + Ma_{61} + Mb_{61} + Mc_{61} + Md_{61} + Ma_{62} + Mb_{62} + Mc_{62} + Md_{62} + Ma_{63} + Mb_{63} + Mc_{63} + Md_{63} + Ma_{64} + Mb_{64} + Mc_{64} + Md_{64} + Ma_{65} + Mb_{65} + Mc_{65} + Md_{65})$

$dengan\ kendala$:

$a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} + a_{16} = 26$

$b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15} + b_{16} = 50$

$c_{11}+c_{12}+c_{13}+c_{14}+c_{15}+c_{16} = 74$

$d_{11}+d_{12}+d_{13}+d_{14}+d_{15}+d_{16} = 98$

$a_{21}+a_{22}+a_{23}+a_{24}+a_{25}+a_{26} = 16$

$b_{21}+b_{22}+b_{23}+ab_{24}+b_{25}+b_{26} = 34$

$c_{21}+c_{22}+c_{23}+c_{24}+c_{25}+c_{26} = 52$

$d_{21}+d_{22}+d_{23}+d_{24}+d_{25}+d_{26} = 70$

$a_{31}+a_{32}+a_{33}+a_{34}+a_{35}+a_{36} = 16$

$b_{31}+b_{32}+b_{33}+b_{34}+b_{35}+b_{36} = 30$

$c_{31}+c_{32}+c_{33}+c_{34}+c_{35}+c_{36} = 44$

$d_{31}+d_{32}+d_{33}+d_{34}+d_{35}+d_{36} = 58$

$a_{41}+a_{42}+a_{43}+a_{44}+a_{45}+a_{46} = 16$

$b_{41}+b_{42}+b_{43}+b_{44}+b_{45}+b_{46} = 30$

$c_{41}+c_{42}+c_{43}+c_{44}+c_{45}+c_{46} = 44$

$d_{41}+d_{42}+d_{43}+d_{44}+d_{45}+d_{46} = 58$

$a_{51}+a_{52}+a_{53}+a_{54}+a_{55}+a_{56} = 22$

$b_{51}+b_{52}+b_{53}+b_{54}+b_{55}+b_{56} = 36$

$c_{51}+c_{52}+c_{53}+c_{54}+c_{55}+c_{56} = 50$

$d_{51}+d_{52}+d_{53}+d_{54}+d_{55}+d_{56} = 64$

$b_{61}+b_{62}+b_{63}+b_{64}+b_{65}+b_{66} = 30$

$c_{61}+c_{62}+c_{63}+c_{64}+c_{65}+c_{66} = 44$

$d_{61}+d_{62}+d_{63}+d_{64}+d_{65}+d_{66} = 58$

$a_{11}+a_{21}+a_{31}+a_{41}+a_{51}+a_{61} = 16$

$b_{11}+b_{21}+b_{31}+b_{41}+b_{51}+b_{61} = 30$

$c_{11}+c_{21}+c_{31}+c_{41}+c_{51}+c_{61} = 44$

$d_{11}+d_{21}+d_{31}+d_{41}+d_{51}+d_{61} = 58$

$a_{12}+a_{22}+a_{32}+a_{42}+a_{52}+a_{62} = 16$

$b_{12}+b_{22}+b_{32}+b_{42}+b_{52}+b_{62} = 30$

$c_{12}+c_{22}+c_{32}+c_{42}+c_{52}+c_{62} = 44$

$d_{12}+d_{22}+d_{32}+d_{42}+d_{52}+d_{62} = 58$

$a_{13}+a_{23}+a_{33}+a_{43}+a_{53}+a_{63} = 22$

$b_{13}+b_{23}+b_{33}+b_{43}+b_{53}+b_{63} = 38$

$c_{13}+c_{23}+c_{33}+c_{43}+c_{53}+c_{63} = 54$

$d_{13}+d_{23}+d_{33}+d_{43}+d_{53}+d_{63} = 78$

$a_{14}+a_{24}+a_{34}+a_{44}+a_{54}+a_{64} = 26$

$b_{14}+b_{24}+b_{34}+b_{44}+b_{54}+b_{64} = 46$

$c_{14}+c_{24}+c_{34}+c_{44}+c_{54}+c_{64} = 62$

$a_{15}+a_{25}+a_{35}+a_{45}+a_{55}+a_{65} = 16$

$b_{15}+b_{25}+b_{35}+b_{45}+b_{55}+b_{65} = 30$

$c_{15}+c_{25}+c_{35}+c_{45}+c_{55}+c_{65} = 44$

$d_{15}+d_{25}+d_{35}+d_{45}+d_{55}+d_{65} = 58$

$a_{16}+a_{26}+a_{36}+a_{46}+a_{56}+a_{66} = 16$

$b_{16}+b_{26}+b_{36}+b_{46}+b_{56}+b_{66} = 36$

$c_{16}+c_{26}+c_{36}+c_{46}+c_{56}+c_{66} = 60$

$d_{16}+d_{26}+d_{36}+d_{46}+d_{56}+d_{66} = 76$

$b_{ij}-a_{ij} \geq 0, c_{ij}-b_{ij} \geq 0\ , dan$

$d_{ij}-c_{ij} \geq 0\ ,\ \ \forall\, i,j$

Prawitasari, Elyine R. 2014
PROGRAM APLIKASI PENYELESAIAN MASALAH FUZZY TRANSSHIPMENT MENGGUNAKAN METODE MEHAR
Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

$$a_{61} + a_{62} + a_{63} + a_{64} + a_{65} + a_{66} = 16 \quad d_{14} + d_{24} + d_{34} + d_{44} + d_{54} + d_{64} = 78$$

Tabel 3.5 Model *Transshipment* Sudah Seimbang

Tujuan / Sumber	S_1	S_2	D_1	D_2	S_3	D_3	Ketersediaan $\tilde{a}_i$
S_1	(0,0,0,0)	(1,1,1,1)	(0,1,3,4)	(2,3,5,6)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	(10,20,30,40)
S_2	(1,1,1,1)	(0,0,0,0)	(1,3,5,7)	(2,6,7,9)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	(0,4,8,12)
D_1	(0,1,3,4)	(1,3,5,7)	(0,0,0,0)	(0,1,3,4)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	-
D_2	(2,3,5,6)	(2,6,7,9)	(0,1,3,4)	(0,0,0,0)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	-
S_3	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(6,6,6,6)
D_3	(M,M,M,M)	(M,M,M,M)	(M,M,M,M)	(M,M,M,M)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	-
Permintaan $\tilde{b}_j$	-	-	(6,8,10,20)	(10,16,18,20)	-	(0,6,16,18)	

Tabel 3.6 Model *Transshipment* Ditambah Stok Sementara

Tujuan / Sumber	S_1	S_2	D_1	D_2	S_3	D_3	Ketersediaan $\tilde{a}_i$
S_1	(0,0,0,0)	(1,1,1,1)	(0,1,3,4)	(2,3,5,6)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	(26,50,74,98)
S_2	(1,1,1,1)	(0,0,0,0)	(1,3,5,7)	(2,6,7,9)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	(16,34,52,70)
D_1	(0,1,3,4)	(1,3,5,7)	(0,0,0,0)	(0,1,3,4)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	(16,30,44,58)
D_2	(2,3,5,6)	(2,6,7,9)	(0,1,3,4)	(0,0,0,0)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	(16,30,44,58)
S_3	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(0,0,0,0)	(22,36,50,64)
D_3	(M,M,M,M)	(M,M,M,M)	(M,M,M,M)	(M,M,M,M)	(M,M,M,M)	(0,0,0,0)	(16,30,44,58)
Permintaan $\tilde{b}_j$	(16,30,44,58)	(16,30,44,58)	(22,38,54,78)	(26,46,62,78)	(16,30,44,58)	(16,36,60,76)	

Langkah 4

Menyelesaikan pemrograman linier *crisp*.

a. $Minimumkan$:

$$\frac{1}{4}(a_{12} + 2a_{14} + Ma_{15} + a_{21} + a_{23} + 2a_{24} + Ma_{25} + a_{32} + Ma_{35} + 2a_{41} + 2a_{42} + Ma_{45} + Ma_{61} + Ma_{62} + Ma_{63} + Ma_{64} + Ma_{65})$$

$dengan\ kendala$:

$$a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} + a_{16} = 26$$
$$a_{21} + a_{22} + a_{23} + a_{24} + a_{25} + a_{26} = 16$$
$$a_{31} + a_{32} + a_{33} + a_{34} + a_{35} + a_{36} = 16$$
$$a_{41} + a_{42} + a_{43} + a_{44} + a_{45} + a_{46} = 16$$
$$a_{51} + a_{52} + a_{53} + a_{54} + a_{55} + a_{56} = 22$$
$$a_{61} + a_{62} + a_{63} + a_{64} + a_{65} + a_{66} = 16$$
$$a_{11} + a_{21} + a_{31} + a_{41} + a_{51} + a_{61} = 16$$
$$a_{12} + a_{22} + a_{32} + a_{42} + a_{52} + a_{62} = 16$$
$$a_{13} + a_{23} + a_{33} + a_{43} + a_{53} + a_{63} = 22$$
$$a_{14} + a_{24} + a_{34} + a_{44} + a_{54} + a_{64} = 26$$
$$a_{15} + a_{25} + a_{35} + a_{45} + a_{55} + a_{65} = 16$$
$$a_{16} + a_{26} + a_{36} + a_{46} + a_{56} + a_{66} = 16$$

Permasalahan di atas digambarkan pada Tabel 3.7

Masalah *transshipment* tersebut akan diselesaikan dengan menggunakan metode *Least Cost.* Pemilihan sel basis harus sangat hati-hati karena cukup banyak ongkos distribusi c_{ij} yang bernilai 0. Oleh karena itu, akan lebih baik bila mengutamakan sel diagonal (entri baris dan kolom sama, *i*=*j*). Hal tersebut dilakukan agar bisa mengeliminasi stok sementara yang ditambahkan sebelumnya. Misalkan yang pertama dipilih adalah sel a_{11}.

Alokasikan x_{11} $= \min\ (\text{ketersediaan}_1, \text{permintaan}_1)$

$= \min(26,16)$

$= 16$

Tabel 3.7 Ongkos Distribusi Bilangan *Fuzzy* a

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	Ketersediaan
a_1	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{M}{4}$	0	26
a_2	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{M}{4}$	0	16
a_3	0	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{M}{4}$	0	16
a_4	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{M}{4}$	0	16
a_5	0	0	0	0	0	0	22
a_6	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	16
Permintaan	16	16	22	26	16	16	

Selanjutnya kurangi ketersediaan$_1$ dan permintaan$_1$dengan x_{11}, akibatnya kolom 1 tidak terpilih lagi (Lihat Tabel 3.8). Lakukan hal yang serupa untuk seluruh sel diagonal (i=j). Hasilnya seperti yang terlihat pada Tabel 3.9.

Tabel 3.8 Penyelesaian Ongkos Distribusi Bilangan *Fuzzy* a Menggunakan Metode *Least Cost,* Peraga 1

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	Ketersediaan
a_1	16 | 0	x_{12} | $\frac{1}{4}$	x_{13} | 0	x_{14} | $\frac{1}{2}$	x_{15} | $\frac{M}{4}$	x_{16} | 0	10
a_2	x_{21} | $\frac{1}{4}$	x_{22} | 0	x_{23} | $\frac{1}{4}$	x_{24} | $\frac{1}{2}$	x_{25} | $\frac{M}{4}$	x_{26} | 0	16
a_3	x_{31} | 0	x_{32} | $\frac{1}{4}$	x_{33} | 0	x_{34} | 0	x_{35} | $\frac{M}{4}$	x_{36} | 0	16
a_4	x_{41} | $\frac{1}{2}$	x_{42} | $\frac{1}{2}$	x_{43} | 0	x_{44} | 0	x_{45} | $\frac{M}{4}$	x_{46} | 0	16
a_5	x_{51} | 0	x_{52} | 0	x_{53} | 0	x_{54} | 0	x_{55} | 0	x_{56} | 0	22
a_6	x_{61} | $\frac{M}{4}$	x_{62} | $\frac{M}{4}$	x_{63} | $\frac{M}{4}$	x_{64} | $\frac{M}{4}$	x_{65} | $\frac{M}{4}$	x_{66} | 0	16
Permintaan	0	16	22	26	16	16	

Pada Tabel 3.9 terlihat bahwa $c_{13} = c_{53} = c_{54} = 0$ adalah ongkos terkecil, pilih salah satu diantara ketiga sel tersebut untuk dijadikan variabel basis selanjutnya. Misal c_{13}, maka $x_{13} = \min(10{,}6) = 6$, $\text{ketersediaan}_1 = 10 - 6 = 4$, $\text{permintaan}_3 = 6 - 6 = 0$. Selanjutnya kolom 3 tidak dapat dipilih kembali.

Tabel 3.9 Penyelesaian Ongkos Distribusi Bilangan *Fuzzy* $\boldsymbol{a}$ Menggunakan Metode *Least Cost,* Peraga 2

	$\boldsymbol{a_1}$	$\boldsymbol{a_2}$	$\boldsymbol{a_3}$	$\boldsymbol{a_4}$	$\boldsymbol{a_5}$	$\boldsymbol{a_6}$	**Ketersediaan**
$\boldsymbol{a_1}$	16 | 0	x_{12} | $\frac{1}{4}$	x_{13} | 0	x_{14} | $\frac{1}{2}$	x_{15} | $\frac{M}{4}$	x_{16} | 0	10
$\boldsymbol{a_2}$	x_{21} | $\frac{1}{4}$	16 | 0	x_{23} | $\frac{1}{4}$	x_{24} | $\frac{1}{2}$	x_{25} | $\frac{M}{4}$	x_{26} | 0	0
$\boldsymbol{a_3}$	x_{31} | 0	x_{32} | $\frac{1}{4}$	16 | 0	x_{34} | 0	x_{35} | $\frac{M}{4}$	x_{36} | 0	0
$\boldsymbol{a_4}$	x_{41} | $\frac{1}{2}$	x_{42} | $\frac{1}{2}$	x_{43} | 0	16 | 0	x_{45} | $\frac{M}{4}$	x_{46} | 0	0
$\boldsymbol{a_5}$	x_{51} | 0	x_{52} | 0	x_{53} | 0	x_{54} | 0	16 | 0	x_{56} | 0	6
$\boldsymbol{a_6}$	x_{61} | $\frac{M}{4}$	x_{62} | $\frac{M}{4}$	x_{63} | $\frac{M}{4}$	x_{64} | $\frac{M}{4}$	x_{65} | $\frac{M}{4}$	16 | 0	16
Permintaan	0	0	6	10	0	16	

Selanjutnya dari Tabel 3.10 diketahui bahwa $c_{54} = 0$ adalah ongkos terkecil, maka sel tersebut merupakan variabel basis selanjutnya. $x_{54} = \min(6{,}10) = 6$, $\text{ketersediaan}_5 = 6 - 6 = 0$, $\text{permintaan}_4 = 10 - 6 = 4$. Baris 5 tidak dapat dipilih kembali. Kini yang tersisa hanya $c_{54} = \frac{1}{2}$, alokasikan $x_{14} = 4$ sehingga solusi fisibel awal yang diperoleh seperti yang terlihat pada Tabel 3.11.

Tabel 3.10 Penyelesaian Ongkos Distribusi Bilangan *Fuzzy* a Menggunakan Metode *Least Cost,* Peraga 3

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	**Ketersediaan**
a_1	16 0	x_{12} $\frac{1}{4}$	6 0	x_{14} $\frac{1}{2}$	x_{15} $\frac{M}{4}$	x_{16} 0	4
a_2	x_{21} $\frac{1}{4}$	16 0	x_{23} $\frac{1}{4}$	x_{24} $\frac{1}{2}$	x_{25} $\frac{M}{4}$	x_{26} 0	0
a_3	x_{31} 0	x_{32} $\frac{1}{4}$	16 0	x_{34} 0	x_{35} $\frac{M}{4}$	x_{36} 0	0
a_4	x_{41} $\frac{1}{2}$	x_{42} $\frac{1}{2}$	x_{43} 0	16 0	x_{45} $\frac{M}{4}$	x_{46} 0	0
a_5	x_{51} 0	x_{52} 0	x_{53} 0	x_{54} 0	16 0	x_{56} 0	6
a_6	x_{61} $\frac{M}{4}$	x_{62} $\frac{M}{4}$	x_{63} $\frac{M}{4}$	x_{64} $\frac{M}{4}$	x_{65} $\frac{M}{4}$	16 0	16
Permintaan	0	0	0	10	0	16	

Tabel 3.11 Penyelesaian Ongkos Distribusi Bilangan *Fuzzy* a Menggunakan Metode *Least Cost,* Peraga 4

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	**Ketersediaan**
a_1	16 0	x_{12} $\frac{1}{4}$	6 0	4 $\frac{1}{2}$	x_{15} $\frac{M}{4}$	x_{16} 0	**26**
a_2	x_{21} $\frac{1}{4}$	16 0	x_{23} $\frac{1}{4}$	x_{24} $\frac{1}{2}$	x_{25} $\frac{M}{4}$	x_{26} 0	**16**
a_3	x_{31} 0	x_{32} $\frac{1}{4}$	16 0	x_{34} 0	x_{35} $\frac{M}{4}$	x_{36} 0	**22**
a_4	x_{41} $\frac{1}{2}$	x_{42} $\frac{1}{2}$	x_{43} 0	16 0	x_{45} $\frac{M}{4}$	x_{46} 0	**26**
a_5	x_{51} 0	x_{52} 0	x_{53} 0	6 0	16 0	x_{56} 0	**16**
a_6	x_{61} $\frac{M}{4}$	x_{62} $\frac{M}{4}$	x_{63} $\frac{M}{4}$	x_{64} $\frac{M}{4}$	x_{65} $\frac{M}{4}$	16 0	**22**
Permintaan	16	16	22	26	16	16	

Selanjutnya adalah memeriksa apakah solusi fisibel awal yang diperoleh pada Tabel 3.11 memang sudah optimal atau belum mengunakan metode MODI. Langkah pertama, yaitu menentukan *multiplier* u_i dan v_j dengan pedoman $o_{ij} = 0$ untuk seluruh variabel basis, sehingga $c_{ij} = u_i + v_j$. Variabel-variabel basisnya adalah x_{11}, x_{13}, x_{14} x_{22}, x_{33}, x_{44}, x_{54},x_{55} dan x_{66}. Sisanya non basis.

Variabel basis terbanyak berada pada baris ke-1 dan kolom ke-4. Pilih salah satu, misalkan baris ke-1, sehingga u_1 didefinisikan sebagai 0. Nilai *multiplier* yang lain sebagai berikut :

$$c_{11} = u_1 + v_1 \quad c_{13} = u_1 + v_3 \quad c_{14} = u_1 + v_4 \quad c_{55} = u_5 + v_5$$
$$0 = 0 + v_1 \quad 0 = 0 + v_3 \quad \tfrac{1}{2} = 0 + v_4 \quad 0 = -\tfrac{1}{2} + v_5$$
$$v_1 = 0 \quad v_3 = 0 \quad v_4 = \tfrac{1}{2} \quad v_5 = \tfrac{1}{2}$$

$$c_{33} = u_3 + v_3 \quad c_{44} = u_4 + v_4 \quad c_{54} = u_5 + v_4$$
$$0 = u_3 + 0 \quad 0 = u_4 + \tfrac{1}{2} \quad 0 = u_5 + \tfrac{1}{2}$$
$$u_3 = 0 \quad u_4 = -\tfrac{1}{2} \quad u_5 = -\tfrac{1}{2}$$

Kemudian, nilai opportunity cost akan menentukan sel yang akan menjadi variabel masuk. Nilai tersebut didapat melalui persamaan $o_{ij} = \left(u_i + v_j\right) - c_{ij}$.

Opportunity cost o_{ij} pada seluruh variabel non basis adalah sebagai berikut :

$$o_{15} = (u_1 + v_5) - c_{15} = \left(0 + \tfrac{1}{2}\right) - \tfrac{M}{4} = -\tfrac{M}{4} + \tfrac{1}{2}$$
$$o_{31} = (u_3 + v_1) - c_{31} = (0 + 0) - 0 = 0$$
$$o_{34} = (u_3 + v_4) - c_{34} = \left(0 + \tfrac{1}{2}\right) - 0 = \tfrac{1}{2}$$
$$o_{35} = (u_3 + v_5) - c_{35} = \left(0 + \tfrac{1}{2}\right) - \tfrac{M}{4} = -\tfrac{M}{4} + \tfrac{1}{2}$$
$$o_{41} = (u_4 + v_1) - c_{41} = \left(-\tfrac{1}{2} + 0\right) - \tfrac{1}{2} = -1$$
$$o_{43} = (u_4 + v_3) - c_{43} = \left(-\tfrac{1}{2} + 0\right) - 0 = -\tfrac{1}{2}$$
$$o_{45} = (u_4 + v_5) - c_{45} = \left(-\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\right) - \tfrac{M}{4} = -\tfrac{M}{4}$$

$o_{51} = (u_5 + v_1) - c_{51} = \left(-\frac{1}{2} + 0\right) - 0 = -\frac{1}{2}$

$o_{53} = (u_5 + v_3) - c_{53} = \left(-\frac{1}{2} + 0\right) - 0 = -\frac{1}{2}$

Opportunity cost sel 34 bernilai positif, artinya kemungkinan solusi fisibel awal belum optimal sehingga perlu dilakukan realokasi dengan menggunakan *loop* yang berawal dari sel 34. Diperoleh *loop* $x_{34}^{+} \rightarrow x_{33}^{-} \rightarrow x_{13}^{+} \rightarrow x_{14}^{-}$. *Loop* tersebut melibatkan sel 33 dengan tanda (-), itu artinya jika realokasi dilakukan maka akan mengakibatkan stok di sel 33 kurang dari stok semu $(a_{\tilde{P}} = 16)$ yang ditambahkan sebelumnya. Selain itu, realokasi juga akan mengakibatkan pemindahan beban sebanyak min$(x_{33}^{-}, x_{14}^{-}) = (16{,}4) = 4$ dari sel 33 ke sel 13. Hal ini tidak mungkin dilakukan karena stok bersifat semu atausebenarnya tidak ada. Karena tidak terdapat *loop* lain yang bisa dibuat dari sel 34 tanpa melibatkan sel 33, maka solusi fisibel yang diperoleh pada Tabel 3.11 sudah optimal.

b. $Minimumkan$:

$\frac{1}{4}(b_{12} + b_{13} + 3b_{14} + Mb_{15} + b_{21} + 3b_{23} + 6b_{24} + Mb_{25} + b_{31} + 3b_{32} + b_{34} + Mb_{35} + 3b_{41} + 6b_{42} + b_{43} + Mb_{45} + Mb_{61} + Mb_{62} + Mb_{63} + Mb_{64} + Mb_{65})$

$dengan\ kendala$:

$b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15} + b_{16} = 50$

$b_{21} + b_{22} + b_{23} + ab_{24} + b_{25} + b_{26} = 34$

$b_{31} + b_{32} + b_{33} + b_{34} + b_{35} + b_{36} = 30$

$b_{41} + b_{42} + b_{43} + b_{44} + b_{45} + b_{46} = 30$

$b_{51} + b_{52} + b_{53} + b_{54} + b_{55} + b_{56} = 36$

$b_{61} + b_{62} + b_{63} + b_{64} + b_{65} + b_{66} = 30$

$b_{11} + b_{21} + b_{31} + b_{41} + b_{51} + b_{61} = 30$

$b_{12} + b_{22} + b_{32} + b_{42} + b_{52} + b_{62} = 30$

$b_{13} + b_{23} + b_{33} + b_{43} + b_{53} + b_{63} = 38$

$b_{14} + b_{24} + b_{34} + b_{44} + b_{54} + b_{64} = 46$

$b_{15} + b_{25} + b_{35} + b_{45} + b_{55} + b_{65} = 30$

$b_{16} + b_{26} + b_{36} + b_{46} + b_{56} + b_{66} = 36$

Permasalahan tersebut ditransformasikan pada Tabel 3.12.

Tabel 3.12 Ongkos Distribusi Bilangan *Fuzzy b*

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_{16}	**Ketesediaan**
b_1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	50
b_2	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{M}{4}$	0	34
b_3	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	30
b_4	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{M}{4}$	0	30
b_5	0	0	0	0	0	0	36
b_6	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	30
Permintaan	30	30	38	46	30	36	

Masalah *transshipment* tersebut diselesaikan menggunakan metode *Least Cost* dengan solusi fisibel awal seperti yang terlihat pada Tabel 3.13.

Tabel 3.13 Solusi Fisbel Awal Bilangan *Fuzzy b*

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	**Ketersediaan**
b_1	30 0	x_{12} $\frac{1}{4}$	2 $\frac{1}{4}$	12 $\frac{3}{4}$	x_{15} $\frac{M}{4}$	6 0	50
b_2	x_{21} $\frac{1}{4}$	30 0	x_{23} $\frac{3}{4}$	4 $\frac{3}{2}$	x_{25} $\frac{M}{4}$	x_{26} 0	34
b_3	x_{31} $\frac{1}{4}$	x_{32} $\frac{3}{4}$	30 0	x_{34} $\frac{1}{4}$	x_{35} $\frac{M}{4}$	x_{36} 0	30
b_4	x_{41} $\frac{3}{4}$	x_{42} $\frac{3}{2}$	x_{43} $\frac{1}{4}$	30 0	x_{45} $\frac{M}{4}$	x_{46} 0	30
b_5	x_{51} 0	x_{52} 0	6 0	x_{54} 0	30 0	x_{56} 0	36
b_6	x_{61} $\frac{M}{4}$	x_{62} $\frac{M}{4}$	x_{63} $\frac{M}{4}$	x_{64} $\frac{M}{4}$	x_{65} $\frac{M}{4}$	30 0	30
Permintaan	30	30	38	46	30	36	

<u>Iterasi 1</u>

Langkah pertama, yaitu menentukan *multiplier* u_i dan v_j. Dari Tabel 3.13 diperoleh 11 variabel basis, yaitu $x_{11}, x_{13}, x_{14}, x_{16}, x_{22}, x_{24}, x_{33}, x_{44}, x_{53}, x_{55}$ dan x_{66}. Sisanya non basis.

Karena variabel basis terbanyak berada pada baris ke-1 maka u_1 dimisalkan sebagai 0. Adapun Nilai *multiplier* yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$$u_1 = 0, \quad u_2 = \frac{3}{4}, \quad u_3 = -\frac{1}{4}, \quad u_4 = -\frac{3}{4}, \quad u_5 = -\frac{1}{4}, \quad u_6 = 0$$

$$v_1 = 0, \quad v_2 = -\frac{3}{4}, \quad v_3 = \frac{1}{4}, \quad v_4 = \frac{3}{4}, \quad v_5 = \frac{1}{4}, \quad v_6 = 0$$

Opportunity cost o_{ij} pada seluruh variabel non basis adalah sebagai berikut :

$$o_{12} = -1, \quad o_{15} = -\frac{M-1}{4}, \quad o_{21} = \frac{1}{2}, \quad o_{23} = \frac{1}{4}, \quad o_{25} = -\frac{M-1}{4},$$

$$o_{26} = \frac{3}{4}, \quad o_{31} = -\frac{1}{2}, \quad o_{32} = -\frac{7}{4}, \quad o_{34} = \frac{1}{4}, \quad o_{35} = -\frac{M}{4},$$

$$o_{36} = -\frac{1}{4}, \quad o_{41} = -\frac{3}{2}, \quad o_{42} = -3, \quad o_{43} = -\frac{3}{4}, \quad o_{45} = -\frac{M+1}{4},$$

$$o_{46} = -\frac{3}{4}, \quad o_{51} = -\frac{1}{4}, \quad o_{52} = -1, \quad o_{54} = \frac{1}{2}, \quad o_{56} = -\frac{1}{4},$$

$$o_{61} = -\frac{M}{4}, \quad o_{62} = -\frac{M+3}{4}, \quad o_{63} = -\frac{M-1}{4}, \quad o_{64} = -\frac{M-3}{4}, \quad o_{65} = -\frac{M-1}{4}$$

Terdapat *opportunity cost* yang non negatif, yaitu sel 21, 23, 26, 34, dan 54. *Opportunity cost* terbesar ada pada sel 26, maka realokasi terjadi pada *loop* yang berawal dari sel 34. Diperoleh *loop* $x_{26}^{+} \rightarrow x_{16}^{-} \rightarrow x_{14}^{+} \rightarrow x_{24}^{-}$ (Lihat Tabel 3.14).

Pada Tabel 3.14 Nilai x_{ij} terkecil dari variabel bertanda (-) adalah 4 pada sel 26. Alokasikan sebanyak 4 unit pada *loop* tersebut. Sehingga,

$$x_{26} = 0 + 4 = 4 \qquad x_{16} = 6 + 4 = 10$$

$$x_{24} = 4 - 4 = 0 \qquad x_{14} = 12 - 4 = 8$$

Variabel basisnya kini adalah $x_{11} = 30, x_{13} = 2, x_{14} = 16, x_{16} = 2, x_{22} = 30, x_{26} = 4, x_{33} = 30, x_{44} = 30, x_{53} = 6, x_{55} = 30$ dan $x_{66} = 30$.

Tabel 3.14 *Loop* Iterasi 1 *Least Cost*, Bilangan *Fuzzy b*

	b_1		b_2		b_3		b_4		b_5		b_6		u_i
b_1	30	0	x_{12}	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{4}$	12^{+}	$\frac{3}{4}$	x_{15}	$\frac{M}{4}$	6^{-}	0	0
b_2	x_{21}	$\frac{1}{4}$	30	0	x_{23}	$\frac{3}{4}$	4^{-}	$\frac{3}{2}$	x_{25}	$\frac{M}{4}$	x_{26}^{+}	0	$\frac{3}{4}$
b_3	x_{31}	$\frac{1}{4}$	x_{32}	$\frac{3}{4}$	30	0	x_{34}	$\frac{1}{4}$	x_{35}	$\frac{M}{4}$	x_{36}	0	$-\frac{1}{4}$
b_4	x_{41}	$\frac{3}{4}$	x_{42}	$\frac{3}{2}$	x_{43}	$\frac{1}{4}$	30	0	x_{45}	$\frac{M}{4}$	x_{46}	0	$-\frac{3}{4}$
b_5	x_{51}	0	x_{52}	0	6	0	x_{54}	0	30	0	x_{56}	0	$-\frac{1}{4}$
b_6	x_{61}	$\frac{M}{4}$	x_{62}	$\frac{M}{4}$	x_{63}	$\frac{M}{4}$	x_{64}	$\frac{M}{4}$	x_{65}	$\frac{M}{4}$	30	0	0
v_j	0		$-\frac{3}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{4}$		0		

Iterasi 2

Variabel basis terbanyak dari hasil iterasi 1 berada pada baris ke-1, maka u_1 dimisalkan sebagai 0. Dari sini bisa diperoleh nilai *multiplier* yang lainnya (Lihat Tabel 3.15).

Tabel 3.15 Solusi Fisibel Iterasi 1 *Least Cost*, Bilangan *Fuzzy b*

	b_1		b_2		b_3		b_4		b_5		b_6		u_i
b_1	30	0	x_{12}	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{4}$	16	$\frac{3}{4}$	x_{15}	$\frac{M}{4}$	2	0	0
b_2	x_{21}	$\frac{1}{4}$	30	0	x_{23}	$\frac{3}{4}$	x_{24}	$\frac{3}{2}$	x_{25}	$\frac{M}{4}$	4	0	0
b_3	x_{31}	$\frac{1}{4}$	x_{32}	$\frac{3}{4}$	30	0	x_{34}	$\frac{1}{4}$	x_{35}	$\frac{M}{4}$	x_{36}	0	$-\frac{1}{4}$
b_4	x_{41}	$\frac{3}{4}$	x_{42}	$\frac{3}{2}$	x_{43}	$\frac{1}{4}$	30	0	x_{45}	$\frac{M}{4}$	x_{46}	0	$-\frac{3}{4}$
b_5	x_{51}	0	x_{52}	0	6	0	x_{54}	0	30	0	x_{56}	0	$-\frac{1}{4}$
b_6	x_{61}	$\frac{M}{4}$	x_{62}	$\frac{M}{4}$	x_{63}	$\frac{M}{4}$	x_{64}	$\frac{M}{4}$	x_{65}	$\frac{M}{4}$	30	0	0
v_j	0		0		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{4}$		0		

Nilai *opportunity cost* dari variabel non basisnya sebagai berikut :

$$o_{12} = -\frac{1}{4}, \quad o_{15} = -\frac{M-1}{4}, \quad o_{21} = -\frac{1}{4}, \quad o_{23} = -\frac{1}{2}, \quad o_{24} = -\frac{3}{4},$$
$$o_{25} = -\frac{M-1}{4}, \quad o_{31} = -\frac{1}{2}, \quad o_{32} = -1, \quad o_{34} = \frac{1}{4}, \quad o_{35} = -\frac{M}{4},$$
$$o_{36} = -\frac{1}{4}, \quad o_{41} = -\frac{3}{2}, \quad o_{42} = -\frac{9}{4}, \quad o_{43} = -\frac{3}{4}, \quad o_{45} = -\frac{M+2}{4},$$
$$o_{46} = -\frac{3}{4}, \quad o_{51} = -\frac{1}{4}, \quad o_{52} = -\frac{1}{4}, \quad o_{54} = \frac{1}{2}, \quad o_{56} = -\frac{1}{4},$$
$$o_{61} = -\frac{M}{4}, \quad o_{62} = -\frac{M}{4}, \quad o_{63} = -\frac{M-1}{4}, \quad o_{64} = -\frac{M-3}{4}, \quad o_{65} = -\frac{M-1}{4}$$

Opportunity cost yang paling positif ada pada sel 54. *Loop* yang dapat dibuat adalah $x_{54}^{+} \to x_{14}^{-} \to x_{13}^{+} \to x_{53}^{-}$. Realokasikan sebanyak $\min(x_{14}^{-}, x_{53}^{-}) = \min(16{,}6) = 6$. Sehingga,

$$x_{54} = 0 + 6 = 6 \qquad x_{13} = 2 + 6 = 8$$
$$x_{14} = 16 - 6 = 10 \qquad x_{53} = 6 - 6 = 0$$

Variabel basisnya kini adalah $x_{11} = 30, x_{13} = 8, x_{14} = 10, x_{16} = 2$, $x_{22} = 30, x_{26} = 4$, $x_{33} = 30$, $x_{44} = 30, x_{54} = 6, x_{55} = 30$ dan $x_{66} = 30$.

<u>Iterasi 3</u>

Variabel basis terbanyak dari hasil iterasi 2 berada pada baris ke-1, maka u_1 dimisalkan sebagai 0. Dari sini bisa diperoleh nilai *multiplier* yang lainnya (Lihat Tabel 3.16).

Dengan menggunakan nilai *multiplier* yang ada pada Tabel 3.16 diperoleh nilai *opportunity cost* dari variabel non basis, yaitu sebagai berikut :

$$o_{12} = -\frac{1}{4}, \quad o_{15} = -\frac{M-3}{4}, \quad o_{21} = -\frac{1}{4}, \quad o_{23} = -\frac{1}{2}, \quad o_{24} = -\frac{3}{4},$$
$$o_{25} = -\frac{M-3}{4}, \quad o_{31} = -\frac{1}{2}, \quad o_{32} = -1, \quad o_{34} = \frac{1}{4}, \quad o_{35} = -\frac{M-2}{4},$$
$$o_{36} = -\frac{1}{4}, \quad o_{41} = -\frac{3}{2}, \quad o_{42} = -\frac{9}{4}, \quad o_{43} = -\frac{3}{4}, \quad o_{45} = -\frac{M}{4},$$
$$o_{46} = -\frac{3}{4}, \quad o_{51} = -\frac{3}{4}, \quad o_{52} = -\frac{3}{4}, \quad o_{53} = 0, \quad o_{56} = -\frac{3}{4},$$
$$o_{61} = -\frac{M}{4}, \quad o_{62} = -\frac{M}{4}, \quad o_{63} = -\frac{M-1}{4}, \quad o_{64} = -\frac{M-3}{4}, \quad o_{65} = -\frac{M-3}{4}$$

Tabel 3.16 Solusi Fisibel Iterasi 2 *Least Cost*, Bilangan *Fuzzy b*

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	u_i
b_1	30 0	x_{12} $\frac{1}{4}$	8 $\frac{1}{4}$	10 $\frac{3}{4}$	x_{15} $\frac{M}{4}$	2 0	0
b_2	x_{21} $\frac{1}{4}$	30 0	x_{23} $\frac{3}{4}$	x_{24} $\frac{3}{2}$	x_{25} $\frac{M}{4}$	4 0	0
b_3	x_{31} $\frac{1}{4}$	x_{32} $\frac{3}{4}$	30 0	x_{34} $\frac{1}{4}$	x_{35} $\frac{M}{4}$	x_{36} 0	$-\frac{1}{4}$
b_4	x_{41} $\frac{3}{4}$	x_{42} $\frac{3}{2}$	x_{43} $\frac{1}{4}$	30 0	x_{45} $\frac{M}{4}$	x_{46} 0	$-\frac{3}{4}$
b_5	x_{51} 0	x_{52} 0	x_{53} 0	6 0	30 0	x_{56} 0	$-\frac{3}{4}$
b_6	x_{61} $\frac{M}{4}$	x_{62} $\frac{M}{4}$	x_{63} $\frac{M}{4}$	x_{64} $\frac{M}{4}$	x_{65} $\frac{M}{4}$	30 0	0
v_j	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	

Opportunity cost yang non negatif ada pada sel 34. *Loop* yang dapat dibuat adalah $x_{34}^{+} \rightarrow x_{33}^{-} \rightarrow x_{13}^{+} \rightarrow x_{14}^{-}$. *Loop* tersebut melibatkan sel 33 dengan tanda (-), itu artinya jika realokasi dilakukan maka akan mengakibatkan stok di sel 33 kurang dari stok semu ($b_{\tilde{p}} = 30$) yang ditambahkan sebelumnya. Selain itu, realokasi juga akan mengakibatkan pemindahan beban sebanyak $\min(x_{33}^{-}, x_{14}^{-}) = (30,10) = 4$ dari sel 33 ke sel 13. Hal ini tidak mungkin dilakukan karena stok yang dipindahkan tersebut bersifat semu atau sebenarnya tidak ada. Oleh karena tidak terdapat *loop* lain yang bisa dibuat dari sel 34 tanpa melibatkan sel 33, maka solusi fisibel yang diperoleh pada Tabel 3.16 sudah optimal.

c. $Minimumkan:$

$$\tfrac{1}{4}(c_{12} + 3c_{13} + 5c_{14} + Mc_{15} + c_{21} + 5c_{23} + 7c_{24} + Mc_{25} + 3c_{31} + 5c_{32} + 3c_{34} + Mc_{35} + 5c_{41} + 7c_{42} + 3c_{43} + Mc_{45} + Mc_{61} + Mc_{62} + Mc_{63} + Mc_{64} + Mc_{65})$$

$dengan\ kendala:$

$$c_{11} + c_{12} + c_{13} + c_{14} + c_{15} + c_{16} = 74$$

$$c_{21} + c_{22} + c_{23} + c_{24} + c_{25} + c_{26} = 52$$

$$c_{31}+c_{32}+c_{33}+c_{34}+c_{35}+c_{36}=44$$
$$c_{41}+c_{42}+c_{43}+c_{44}+c_{45}+c_{46}=44$$
$$c_{51}+c_{52}+c_{53}+c_{54}+c_{55}+c_{56}=50$$
$$c_{61}+c_{62}+c_{63}+c_{64}+c_{65}+c_{66}=44$$
$$c_{11}+c_{21}+c_{31}+c_{41}+c_{51}+c_{61}=44$$
$$c_{12}+c_{22}+c_{32}+c_{42}+c_{52}+c_{62}=44$$
$$c_{13}+c_{23}+c_{33}+c_{43}+c_{53}+c_{63}=54$$
$$c_{14}+c_{24}+c_{34}+c_{44}+c_{54}+c_{64}=62$$
$$c_{15}+c_{25}+c_{35}+c_{45}+c_{55}+c_{65}=44$$
$$c_{16}+c_{26}+c_{36}+c_{46}+c_{56}+c_{66}=60$$

Permasalahan di atas digambarkan pada Tabel 3.17.

Tabel 3.17 Ongkos Distribusi Bilangan *Fuzzy c*

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	**Ketersediaan**
c_1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	74
c_2	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	52
c_3	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	44
c_4	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{M}{4}$	0	44
c_5	0	0	0	0	0	0	50
c_6	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	44
Permintaan	44	44	54	62	44	60	

Masalah *transshipment* tersebut diselesaikan menggunakan metode *Least Cost* dengan solusi fisibel awal seperti yang terlihat pada Tabel 3.18.

Selanjutnya adalah memeriksa apakah solusi fisibel awal yang diperoleh pada Tabel 3.18 memang sudah optimal atau belum mengunakan metode MODI.

Tabel 3.18 Solusi Fisbel Awal Bilangan *Fuzzy c*

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	**Ketersediaan**
c_1	44 ; 0	x_{12} ; $\frac{1}{4}$	4 ; $\frac{3}{4}$	18 ; $\frac{5}{4}$	x_{15} ; $\frac{M}{4}$	8 ; 0	74
c_2	x_{21} ; $\frac{1}{4}$	44 ; 0	x_{23} ; $\frac{5}{4}$	x_{24} ; $\frac{7}{4}$	x_{25} ; $\frac{M}{4}$	8 ; 0	52
c_3	x_{31} ; $\frac{3}{4}$	x_{32} ; $\frac{5}{4}$	44 ; 0	x_{34} ; $\frac{3}{4}$	x_{35} ; $\frac{M}{4}$	x_{36} ; 0	44
c_4	x_{41} ; $\frac{5}{4}$	x_{42} ; $\frac{7}{4}$	x_{43} ; $\frac{3}{4}$	44 ; 0	x_{45} ; $\frac{M}{4}$	x_{46} ; 0	44
c_5	x_{51} ; 0	x_{52} ; 0	6 ; 0	x_{54} ; 0	44 ; 0	x_{56} ; 0	50
c_6	x_{61} ; $\frac{M}{4}$	x_{62} ; $\frac{M}{4}$	x_{63} ; $\frac{M}{4}$	x_{64} ; $\frac{M}{4}$	x_{65} ; $\frac{M}{4}$	44 ; 0	44
Permintaan	44	44	54	62	44	60	

<u>Iterasi 1</u>

Menentukan *multiplier* u_i dan v_j. Dari Tabel 3.18 diperoleh 11 variabel basis, yaitu $x_{11}, x_{13}, x_{14}, x_{16}$, x_{22}, x_{26}, x_{33}, x_{44}, x_{53},x_{55} dan x_{66}. Sisanya non basis.

Karena variabel basis terbanyak berada pada baris ke-1 maka u_1 dimisalkan sebagai 0. Adapun Nilai *multiplier* yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$u_1 = 0,\quad u_2 = 0,\quad u_3 = -\frac{3}{4},\quad u_4 = -\frac{5}{4},\quad u_5 = -\frac{3}{4},\quad u_6 = 0$

$v_1 = 0,\quad v_2 = 0,\quad v_3 = \frac{3}{4},\quad v_4 = \frac{5}{4},\quad v_5 = \frac{3}{4},\quad v_6 = 0$

Opportunity cost o_{ij} pada seluruh variabel non basis adalah sebagai berikut :

$o_{12} = -\frac{1}{4},\quad o_{15} = -\frac{M-3}{4},\quad o_{21} = -\frac{1}{4},\quad o_{23} = -\frac{1}{2},\quad o_{24} = -\frac{1}{2},$

$o_{25} = -\frac{M-3}{4},\quad o_{31} = -\frac{3}{2},\quad o_{32} = -2,\quad o_{34} = -\frac{1}{4},\quad o_{35} = -\frac{M}{4},$

$o_{36} = -\frac{3}{4},\quad o_{41} = -\frac{5}{2},\quad o_{42} = -3,\quad o_{43} = -\frac{5}{4},\quad o_{45} = -\frac{M+2}{4},$

$o_{46} = -\frac{5}{4},\quad o_{51} = -\frac{3}{4},\quad o_{52} = -\frac{3}{4},\quad o_{54} = \frac{1}{2},\quad o_{56} = -\frac{3}{4},$

$$o_{61} = -\frac{M}{4}, \quad o_{62} = -\frac{M}{4}, \quad o_{63} = -\frac{M-3}{4}, \quad o_{64} = -\frac{M-5}{4}, \quad o_{65} = -\frac{M-3}{4}$$

Terdapat *opportunity cost* yang non negatif, yaitu sel 54. Diperoleh *loop* $x_{54}^{+} \rightarrow x_{53}^{-} \rightarrow x_{13}^{+} \rightarrow x_{14}^{-}$. Realokasikan sebanyak $\min(x_{53}^{-}, x_{14}^{-}) = \min(6{,}18) = 6$. Sehingga,

$$x_{54} = 0 + 6 = 6 \qquad\qquad x_{13} = 4 + 6 = 10$$

$$x_{53} = 6 - 6 = 0 \qquad\qquad x_{14} = 18 - 6 = 12$$

Variabel basisnya kini adalah $x_{11} = 44, x_{13} = 4, x_{14} = 18, x_{16} = 8,$ $x_{22} = 44, x_{26} = 8,$ $x_{33} = 44,$ $x_{44} = 44, x_{53} = 6,$ $x_{55} = 44$ dan $x_{66} = 44.$

Iterasi 2

Variabel basis terbanyak dari hasil iterasi 1 berada pada baris ke-1, maka u_1 dimisalkan sebagai 0. Dari sini bisa diperoleh nilai *multiplier* yang lainnya (Lihat Tabel 3.19).

Tabel 3.19 Solusi Fisibel Iterasi 1 *Least Cost*, Bilangan *Fuzzy c*

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	u_i
c_1	44 0	x_{12} $\frac{1}{4}$	10 $\frac{3}{4}$	12 $\frac{5}{4}$	x_{15} $\frac{M}{4}$	8 0	0
c_2	x_{21} $\frac{1}{4}$	44 0	x_{23} $\frac{5}{4}$	x_{24} $\frac{7}{4}$	x_{25} $\frac{M}{4}$	8 0	0
c_3	x_{31} $\frac{3}{4}$	x_{32} $\frac{5}{4}$	44 0	x_{34} $\frac{3}{4}$	x_{35} $\frac{M}{4}$	x_{36} 0	$-\frac{3}{4}$
c_4	x_{41} $\frac{5}{4}$	x_{42} $\frac{7}{4}$	x_{43} $\frac{3}{4}$	44 0	x_{45} $\frac{M}{4}$	x_{46} 0	$-\frac{5}{4}$
c_5	x_{51} 0	x_{52} 0	x_{53} 0	6 0	44 0	x_{56} 0	$-\frac{5}{4}$
c_6	x_{61} $\frac{M}{4}$	x_{62} $\frac{M}{4}$	x_{63} $\frac{M}{4}$	x_{64} $\frac{M}{4}$	x_{65} $\frac{M}{4}$	44 0	0
v_j	0	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$	0	

Nilai *opportunity cost* dari variabel non basisnya sebagai berikut :

$o_{12} = -\frac{1}{4}$, $o_{15} = -\frac{M-5}{4}$, $o_{21} = -\frac{1}{4}$, $o_{23} = -\frac{1}{2}$, $o_{24} = -\frac{1}{2}$,

$o_{25} = -\frac{M-5}{4}$, $o_{31} = -\frac{3}{2}$, $o_{32} = -2$, $o_{34} = -\frac{1}{4}$, $o_{35} = -\frac{M-2}{4}$,

$o_{36} = -\frac{3}{4}$, $o_{41} = -\frac{5}{2}$, $o_{42} = -3$, $o_{43} = -\frac{5}{4}$, $o_{45} = -\frac{M}{4}$,

$o_{46} = -\frac{5}{4}$, $o_{51} = -\frac{5}{4}$, $o_{52} = -\frac{5}{4}$, $o_{54} = -\frac{1}{2}$, $o_{56} = -\frac{5}{4}$,

$o_{61} = -\frac{M}{4}$, $o_{62} = -\frac{M}{4}$, $o_{63} = -\frac{M-3}{4}$, $o_{64} = -\frac{M-5}{4}$, $o_{65} = -\frac{M-5}{4}$

Semua nilai *opportunity cost* bernilai non negatif, artinya solusi fisibel pada Tabel 3.19 sudah optimal.

d. $Minimumkan$:

$\frac{1}{4}(+d_{12} + 4d_{13} + 6d_{14} + Md_{15} + d_{21} + 7d_{23} + 9d_{24} + Md_{25} +$
$4d_{31} + 7d_{32} + 4d_{34} + Md_{35} + 6d_{41} + 9d_{42} + 4d_{43} + Md_{45} +$
$Md_{61} + Md_{62} + Md_{63} + Md_{64} + Md_{65})$

$dengan\ kendala$:

$d_{11} + d_{12} + d_{13} + d_{14} + d_{15} + d_{16} = 98$
$d_{21} + d_{22} + d_{23} + d_{24} + d_{25} + d_{26} = 70$
$d_{31} + d_{32} + d_{33} + d_{34} + d_{35} + d_{36} = 58$
$d_{41} + d_{42} + d_{43} + d_{44} + d_{45} + d_{46} = 58$
$d_{51} + d_{52} + d_{53} + d_{54} + d_{55} + d_{56} = 64$
$d_{61} + d_{62} + d_{63} + d_{64} + d_{65} + d_{66} = 58$
$d_{11} + d_{21} + d_{31} + d_{41} + d_{51} + d_{61} = 58$
$d_{12} + d_{22} + d_{32} + d_{42} + d_{52} + d_{62} = 58$
$d_{13} + d_{23} + d_{33} + d_{43} + d_{53} + d_{63} = 78$
$d_{14} + d_{24} + d_{34} + d_{44} + d_{54} + d_{64} = 78$
$d_{15} + d_{25} + d_{35} + d_{45} + d_{55} + d_{65} = 58$
$d_{16} + d_{26} + d_{36} + d_{46} + d_{56} + d_{66} = 76$

Permasalahan di atas digambarkan pada Tabel 3.20.

Masalah *transshipment* tersebut diselesaikan menggunakan metode *Least Cost* dengan solusi fisibel awal seperti yang terlihat pada Tabel

3.21. Selanjutnya adalah memeriksa apakah solusi fisibel awal yang diperoleh pada Tabel 3.21 memang sudah optimal atau belum mengunakan metode MODI.

Tabel 3.20 Ongkos Distribusi Bilangan *Fuzzy d*

	d_1	d_2	d_3	d_4	d	d_6	Keterse-diaan
d_1	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{M}{4}$	0	98
d_2	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{7}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	70
d_3	1	$\frac{7}{4}$	0	1	$\frac{M}{4}$	0	58
d_4	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	1	0	$\frac{M}{4}$	0	58
d_5	0	0	0	0	0	0	64
d_6	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$	0	58
Permin-taan	58	58	78	78	58	76	

Tabel 3.21 Solusi Fisbel Awal Bilangan *Fuzzy d*

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	Ketersediaan
d_1	58 0	x_{12} $\frac{1}{4}$	14 1	20 $\frac{3}{2}$	x_{15} $\frac{M}{4}$	6 0	98
d_2	x_{21} $\frac{1}{4}$	58 0	x_{23} $\frac{7}{4}$	x_{24} $\frac{9}{4}$	x_{25} $\frac{M}{4}$	12 0	70
d_3	x_{31} 1	x_{32} $\frac{7}{4}$	58 0	x_{34} 1	x_{35} $\frac{M}{4}$	x_{36} 0	58
d_4	x_{41} $\frac{3}{2}$	x_{42} $\frac{9}{4}$	x_{43} 1	58 0	x_{45} $\frac{M}{4}$	x_{46} 0	58
d_5	x_{51} 0	x_{52} 0	6 0	x_{54} 0	58 0	x_{56} 0	64
d_6	x_{61} $\frac{M}{4}$	x_{62} $\frac{M}{4}$	x_{63} $\frac{M}{4}$	x_{64} $\frac{M}{4}$	x_{65} $\frac{M}{4}$	58 0	58
Permintaan	58	58	78	78	58	76	

Iterasi 1

Menentukan *multiplier* u_i dan v_j. Dari Tabel 3.21 diperoleh 11 variabel basis, yaitu $x_{11}, x_{13}, x_{14}, x_{16}$, x_{22}, x_{26}, x_{33}, x_{44}, x_{53},x_{55} dan x_{66}. Sisanya non basis.

Karena variabel basis terbanyak berada pada baris ke-1 maka u_1 dimisalkan sebagai 0. Adapun Nilai *multiplier* yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$u_1 = 0,\quad u_2 = 0,\quad u_3 = -1,\quad u_4 = -\frac{3}{2},\quad u_5 = -1,\quad u_6 = 0$

$v_1 = 0,\quad v_2 = 0,\quad v_3 = 1,\quad v_4 = \frac{3}{2},\quad v_5 = 1,\quad v_6 = 0$

Opportunity cost o_{ij} pada seluruh variabel non basis adalah sebagai berikut :

$o_{12} = -\frac{1}{4},\quad o_{15} = -\frac{M-4}{4},\quad o_{21} = -\frac{1}{4},\quad o_{23} = -\frac{3}{4},\quad o_{24} = -\frac{3}{4},$

$o_{25} = -\frac{M-4}{4},\quad o_{31} = -2,\quad o_{32} = -\frac{11}{4},\quad o_{34} = -\frac{1}{2},\quad o_{35} = -\frac{M}{4},$

$o_{36} = -1,\quad o_{41} = -3,\quad o_{42} = -\frac{15}{4},\quad o_{43} = -\frac{3}{2},\quad o_{45} = -\frac{M+2}{4},$

$o_{46} = -\frac{3}{2},\quad o_{51} = -1,\quad o_{52} = -1,\quad o_{54} = \frac{1}{2},\quad o_{56} = -1,$

$o_{61} = -\frac{M}{4},\quad o_{62} = -\frac{M}{4},\quad o_{63} = -\frac{M-4}{4},\quad o_{64} = -\frac{M-6}{4},\quad o_{65} = -\frac{M-4}{4}.$

Terdapat *opportunity cost* yang non negatif, yaitu sel 54. Diperoleh *loop* $x_{54}^{+} \to x_{53}^{-} \to x_{13}^{+} \to x_{14}^{-}$. Realokasikan sebanyak $\min(x_{53}^{-}, x_{14}^{-}) = \min(6{,}20) = 6$. Sehingga,

$x_{54} = 0 + 6 = 6 \qquad x_{13} = 14 + 6 = 20$

$x_{53} = 6 - 6 = 0 \qquad x_{14} = 20 - 6 = 14$

Variabel basisnya kini adalah $x_{11} = 58, x_{13} = 20, x_{14} = 14, x_{16} = 6$, $x_{22} = 58, x_{26} = 12$, $x_{33} = 58$, $x_{44} = 58, x_{54} = 6$, $x_{55} = 58$ dan $x_{66} = 58$.

Iterasi 2

Variabel basis terbanyak dari hasil iterasi 1 berada pada baris ke-1, maka u_1 dimisalkan sebagai 0. Dari sini bisa diperoleh nilai *multiplier* yang lainnya (Lihat Tabel 3.22).

Tabel 3.22 Solusi Fisibel Iterasi 1 *Least Cost*, Bilangan *Fuzzy d*

	d_1		d_2		d_3		d_4		d_5		d_6		u_i
d_1	58	0	x_{12}	$\frac{1}{4}$	20	$\frac{1}{4}$	14	$\frac{3}{2}$	x_{15}	$\frac{M}{4}$	6	0	0
d_2	x_{21}	$\frac{1}{4}$	58	0	x_{23}	$\frac{7}{4}$	x_{24}	$\frac{9}{4}$	x_{25}	$\frac{M}{4}$	12	0	0
d_3	x_{31}	1	x_{32}	$\frac{7}{4}$	58	0	x_{34}	1	x_{35}	$\frac{M}{4}$	x_{36}	0	-1
d_4	x_{41}	$\frac{3}{2}$	x_{42}	$\frac{9}{4}$	x_{43}	1	58	0	x_{45}	$\frac{M}{4}$	x_{46}	0	$-\frac{3}{2}$
d_5	x_{51}	0	x_{52}	0	x_{53}	0	6	0	58	0	x_{56}	0	-1
d_6	x_{61}	$\frac{M}{4}$	x_{62}	$\frac{M}{4}$	x_{63}	$\frac{M}{4}$	x_{64}	$\frac{M}{4}$	x_{65}	$\frac{M}{4}$	58	0	0
v_j	0		0		1		$\frac{3}{2}$		1		0		

Nilai *opportunity cost* dari variabel non basisnya sebagai berikut :

$o_{12} = -\frac{1}{4}$, $o_{15} = -\frac{M-6}{4}$, $o_{21} = -\frac{1}{4}$, $o_{23} = -\frac{3}{4}$, $o_{24} = -\frac{3}{4}$,

$o_{25} = -\frac{M-6}{4}$, $o_{31} = -2$, $o_{32} = -\frac{11}{4}$, $o_{34} = -\frac{1}{2}$, $o_{35} = -\frac{M-2}{4}$,

$o_{36} = -1$, $o_{41} = -3$, $o_{42} = -\frac{15}{4}$, $o_{43} = -\frac{3}{2}$, $o_{45} = -\frac{M}{4}$,

$o_{46} = -\frac{3}{2}$, $o_{51} = -\frac{3}{2}$, $o_{52} = -\frac{3}{2}$, $o_{53} = -\frac{1}{2}$, $o_{56} = -\frac{3}{2}$,

$o_{61} = -\frac{M}{4}$, $o_{62} = -\frac{M}{4}$, $o_{63} = -\frac{M-4}{4}$, $o_{64} = -\frac{M-6}{4}$, $o_{65} = -\frac{M-6}{4}$.

Semua nilai *opportunity cost* bernilai non negatif, artinya solusi fisibel pada Tabel 3.22 sudah optimal.

Selanjutnya adalah mengecek apakah variabel keputusan dari masing-masing bilangan *fuzzy* $a, b, c,$ dan d sudah memenuhi syarat :

$$b_{ij} - a_{ij} \geq 0, c_{ij} - b_{ij} \geq 0, d_{ij} - c_{ij} \geq 0$$

Dari hasil perhitungan sebelumnya, seluruh variabel keputusan yang telah kita peroleh adalah seperti yang ditunjukkan Tabel 3.23.

Tabel 3.23 Seluruh Variabel Keputusan Pemrograman Linier *Crisp*

Sel	a_{ij}	b_{ij}	c_{ij}	d_{ij}	$b_{ij}-a_{ij}$	$c_{ij}-b_{ij}$	$d_{ij}-c_{ij}$
11	16	30	44	58	14	14	14
13	6	8	10	20	2	2	10
14	4	10	12	14	6	2	2
16	0	2	8	6	2	6	-2
22	16	30	44	58	14	14	14
26	0	4	8	12	4	4	4
33	16	30	44	58	14	14	14
44	16	30	44	58	14	14	14
54	6	6	6	6	0	0	0
55	16	30	44	58	14	14	14
66	16	30	44	58	14	14	14
Variabel lain bernilai 0							

Pada Tabel 3.23 terlihat bahwa $d_{16}-c_{16}=-2$, artinya sel 16 tidak memenuhi syarat bahwa $d_{ij}-c_{ij}$ haruslah bernilai non negatif. Oleh karena itu perlu dilakukan pemindahan beban untuk menambah beban pada d_{16} agar dapat memenuhi $d_{ij}-c_{ij}\geq 0$. Jadi, pada d_{16} sekurang-kurangnya harus diberi tambahan beban sebanyak 2 unit. Perlu dicari terlebih dahulu *loop* yang bisa memberikan beban tambahan ke d_{16}. *Loop* tersebut dapat dilihat pada Tabel 3.24.

Semua nilai pemindahan beban dari *loop* pada Tabel 3.24 berharga positif. Itu artinya realokasi akan mengakibatkan kenaikan pada total ongkos distribusi. Oleh karena itu *loop* yang harus dipilih adalah *loop* dengan nilai pemindahan beban paling kecil agar kenaikan total ongkos distribusi seminimum mungkin. Jadi, *loop* yang terpilih adalah *loop* dengan variabel masuk x_{21}. Alokasikan sebanyak 2 unit ke dalam *loop* tersebut sehingga,

$x_{21}=0+2=2$ $\qquad$ $x_{16}=6+2=8$

$x_{11}=58-2=56$ $\qquad$ $x_{26}=12-2=10$

Tabel 3.24 *Loop* yang Memberikan Penambahan Beban pada d_{16}

Variabel Masuk	*Loop*	Nilai Pemindahan Beban
x_{21}	$x_{21}^{+\frac{1}{4}} \to x_{11}^{-0} \to x_{16}^{+0} \to x_{26}^{-0} \to x_{21}^{+\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{4}-0+0-0=\frac{1}{4}$
x_{23}	$x_{23}^{+\frac{7}{4}} \to x_{13}^{-1} \to x_{16}^{+0} \to x_{26}^{-0} \to x_{23}^{+\frac{7}{4}}$	$\frac{7}{4}-1+0-0=\frac{3}{4}$
x_{24}	$x_{24}^{+\frac{9}{4}} \to x_{14}^{-\frac{3}{2}} \to x_{16}^{+0} \to x_{26}^{-0} \to x_{23}^{+\frac{7}{4}}$	$\frac{9}{4}-\frac{3}{2}+0-0=\frac{3}{4}$
x_{25}	$x_{25}^{+\frac{M}{4}} \to x_{55}^{-0} \to x_{54}^{+0} \to x_{14}^{-\frac{3}{2}} \to x_{16}^{+0} \to x_{26}^{-0} \to x_{25}^{+\frac{M}{4}}$	$\frac{M}{4}-0+0-\frac{3}{2}+0-0=\frac{M-6}{4}$
x_{61}	$x_{61}^{+\frac{M}{4}} \to x_{11}^{-0} \to x_{16}^{+0} \to x_{66}^{-0} \to x_{61}^{+\frac{M}{4}}$	$\frac{M}{4}-0+0-0=\frac{M}{4}$
x_{63}	$x_{63}^{+\frac{M}{4}} \to x_{13}^{-1} \to x_{16}^{+0} \to x_{66}^{-0} \to x_{63}^{+\frac{M}{4}}$	$\frac{M}{4}-1+0-0=\frac{M-4}{4}$
x_{64}	$x_{64}^{+\frac{M}{4}} \to x_{14}^{-\frac{3}{2}} \to x_{16}^{+0} \to x_{66}^{-0} \to x_{64}^{+\frac{M}{4}}$	$\frac{M}{4}-\frac{3}{2}+0-0=\frac{M-6}{4}$

Tabel 3.25 Variabel Keputusan Hasil Pengecekan

Sel	a_{ij}	b_{ij}	c_{ij}	d_{ij}	$b_{ij}-a_{ij}$	$c_{ij}-b_{ij}$	$d_{ij}-c_{ij}$
11	16	30	44	56	14	14	12
13	6	8	10	20	2	2	10
14	4	10	12	14	6	2	2
16	0	2	8	8	2	6	0
21	0	0	0	2	0	0	2
22	16	30	44	58	14	14	14
26	0	4	8	10	4	4	2
33	16	30	44	58	14	14	14
44	16	30	44	58	14	14	14
54	6	6	6	6	0	0	0
55	16	30	44	58	14	14	14
66	16	30	44	58	14	14	14
Variabel lain bernilai 0							

Langkah 5

Substitusikan variabel keputusan *crisp* yang diperoleh ke variabel *fuzzy* $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$

$$\tilde{x}_{11} = (16,30,44,56), \quad \tilde{x}_{13} = (6,8,10,20), \quad \tilde{x}_{14} = (4,10,12,14),$$
$$\tilde{x}_{16} = (0,2,8,8), \quad \tilde{x}_{21} = (0,0,0,2), \quad \tilde{x}_{22} = (16,30,44,58),$$
$$\tilde{x}_{26} = (0,4,8,10), \quad \tilde{x}_{33} = (16,30,44,58), \quad \tilde{x}_{44} = (16,30,44,58),$$
$$\tilde{x}_{54} = (6,6,6,6), \quad \tilde{x}_{55} = (16,30,44,58), \quad \tilde{x}_{66} = (16,30,44,58).$$

Langkah 6

Menentukan total ongkos *fuzzy* minimum dengan mensubstitusikan nilai dari $\tilde{x}_{ij}$ ke $\sum_{i=1}^{m+n}\sum_{j=1}^{m+n}\tilde{c}_{ij}\otimes\tilde{x}_{ij}$.

$$
\begin{array}{lcccc}
\tilde{c}_{11}\otimes\tilde{x}_{11} & = & (0,0,0,0)\otimes(16,30,44,56) & = & (0,0,0,0) \\
\tilde{c}_{13}\otimes\tilde{x}_{13} & = & (0,1,3,4)\otimes(6,8,10,20) & = & (0,8,30,80) \\
\tilde{c}_{14}\otimes\tilde{x}_{14} & = & (2,3,5,6)\otimes(4,10,12,14) & = & (8,30,60,84) \\
\tilde{c}_{16}\otimes\tilde{x}_{16} & = & (0,0,0,0)\otimes(0,2,8,8) & = & (0,0,0,0) \\
\tilde{c}_{21}\otimes\tilde{x}_{21} & = & (1,1,1,1)\otimes(0,0,0,2) & = & (0,0,0,2) \\
\tilde{c}_{22}\otimes\tilde{x}_{22} & = & (0,0,0,0)\otimes(16,30,44,58) & = & (0,0,0,0) \\
\tilde{c}_{26}\otimes\tilde{x}_{26} & = & (0,0,0,0)\otimes(0,4,8,10) & = & (0,0,0,0) \\
\tilde{c}_{33}\otimes\tilde{x}_{33} & = & (0,0,0,0)\otimes(16,30,44,58) & = & (0,0,0,0) \\
\tilde{c}_{44}\otimes\tilde{x}_{44} & = & (0,0,0,0)\otimes(16,30,44,58) & = & (0,0,0,0) \\
\tilde{c}_{54}\otimes\tilde{x}_{54} & = & (0,0,0,0)\otimes(6,6,6,6) & = & (0,0,0,0) \\
\tilde{c}_{55}\otimes\tilde{x}_{55} & = & (0,0,0,0)\otimes(16,30,44,58) & = & (0,0,0,0) \\
\tilde{c}_{66}\otimes\tilde{x}_{66} & = & (0,0,0,0)\otimes(16,30,44,58) & = & (0,0,0,0) \\
\hline
 & & & & (8,38,90,166) \quad \oplus
\end{array}
$$

Dari hasil yang diperoleh, maka pengiriman yang terjadi antara lain :

a. Dari S_1 ke D_1 dikirim sebanyak $\tilde{x}_{13} = (6,8,10,20)$
b. Dari S_2 ke S_1 dikirim sebanyak $\tilde{x}_{21} = (0,0,0,2)$
c. Dari S_1 ke D_2 dikirim sebanyak $\tilde{x}_{14} = (4,10,12,14)$

Dengan total ongkos pengiriman *fuzzy* sebesar $(8,38,90,166)$. Dengan kata lain, total ongkos pengiriman minimum sebesar 8, maksimum 166, rata-rata ongkos pegiriman antara 38 dan 90.